第 40 卷 第 3 期
2023 年 6 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 40 No. 3
Jun. 2023

文章编号:1000-4939(2023)03-0671-08

变形和运动壁面对双马赫反射影响的数值研究

焦玉超

(中国人民解放军 91404 部队,066000 秦皇岛)

摘 要:采用数值模拟的方法,讨论和对比了平壁面、固定波形壁面和运动波形壁面上的双马赫反射中的激波结构和流场特点。计算结果表明,固定和运动波形壁面对气流的压缩效应使其在壁面处加速和减速时马赫杆发生明显的变形和卷曲。壁面的压缩在波后会产生曲面激波和脱体激波,使得上游流场中的激波相互作用更为复杂。与平壁面相比,固定波形壁上的压力和密度明显升高,而运动波形壁上的压力和密度随运动频率的增加而减弱。

关键词:双马赫反射; 变形壁面; 运动壁面

中图分类号:V231.3 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.020

A numerical study on the double Mach reflection over wavy and traveling-wave walls

JIAO Yuchao

(No.91404 Unit of PLA,066000 Qinhuangdao,China)

Abstract: In this paper, double Mach reflection over wavy and traveling-waves is investigated via numerical simulation. The characteristics of the shock structures and the field are presented. Results show that the compression and expansion induced by the curved walls induce obvious deformation of the Mach stem as the flow accelerates and decelerates near the wall. The curved and detached shock waves induced by the curved wall interact with the upstream flow, making the flow field much more complicated. Compared with the flows over flat wall, the density and pressure rise after shock are clearly increased, while those over moving walls decrease as the oscillation frequency increases.

Key words: double Mach reflection; wavy wall; traveling-wave wall

激波反射问题作为气体动力学中的一个重要研究内容,在工程中有十分广泛的应用[1]。根据特点的不同,激波反射可以分为规则反射和非规则反射,后者又可以进一步分为马赫反射和弱激波反射[2]。本研究中主要讨论双马赫反射。

当正激波以一定速度扫过一定角度的斜面倾角(具体条件参见文献[3])时,会形成双马赫反射。它是由主激波、两个马赫杆、两个反射激波和两个接触间断交于两个点组成的激波系。这一模型在上世纪已经经过了大量的理论、实验和数值研究[4-8]。近些年的研究主要关注一些更为复杂的问题。SCHMISSEUR 等[9]对流向和展向都有折角的平面上

收稿日期:2021-11-12 **修回日期:**2022-08-30
通信作者:焦玉超。E-mail:2205884410@qq.com
引用格式:焦玉超.变形和运动壁面对双马赫反射影响的数值研究[J].应用力学学报,2023,40(3):671-678.
JIAO Yuchao. A numerical study on the double Mach reflection over wavy and traveling-wave walls[J]. Chinese journal of applied mechanics,2023,40(3):671-678.

的双马赫反射问题进行了研究,发现展向折角使得激波的压缩性减弱,激波后亚声速区域消失。杨旸等[10]研究了三维垂直双楔面上的双马赫反射现象,发现三维效应会产生三波/四波等复杂结构。BAI等[11]给出了马赫反射中反射激波和滑移线的解析形式,并提供了可以简单求解以上解析解的代数方程。KRASSOVSKAYA 等[12]讨论了内凹边界上的激波反射问题,发现反射激波的演化由反射楔面决定:即使是相同的激波马赫数,不同形状和角度的楔面也会产生不同的反射激波。针对双马赫反射的马赫杆的弯曲问题,SHI 等[13]采用数值模拟的方法讨论了黏性和高温气体效应的影响,发现这两种因素会导致射流强度发生变化,进而影响马赫杆的弯曲程度。进一步,SHI 等[14]从理论和数值模拟的角度讨论了高温效应和化学组分对马赫杆弯曲的影响,并发现化学组分的不同对射流强度有很大影响。

本研究为对双马赫反射流动的主动和被动控制的一个简单的尝试,希望通过简单的变形壁面或运动壁面实现简单的流动控制,以改变激波后的压力变化。激波控制的方法有很多,包括在壁面上施加吹吸的扰动、壁面的水平震荡等[15]。本研究采用了变形运动壁面的策略,希望通过对激波后流场施加扰动以达到改变流场特性的目的。

由以上简要的文献综述可知,目前复杂壁面上的双马赫反射问题逐渐成为了研究热点。而作为简单的流动控制的模型[16],波形壁面和运动壁面上的双马赫反射仍然是未解决的问题。沿无限长波形壁面的二维定常流动问题是阿克莱经典问题[17]。理论计算表明,在亚音速情况下,流线振荡与壁面协同一致,在各个方向上均匀传播,而在超音速流的情况下,壁面扰动沿马赫线偏向下游方向传播。特别是在有激波的情况下,迎风面会产生激波,压力增加,背风面流道扩张,压力减小,总体效果是产生激波阻力。这一结论在 SUN 等[18]和 TYSON 等[19]的湍流直接数值模拟中得到了验证。

本研究采用数值模拟的方法,讨论二维波形壁面和运动壁面上的双马赫反射问题。在单个马赫数和斜面倾角下,主要分析波形壁面对激波后流场结构的影响,以及马赫杆的变形在不同相位上的差异。本研究主要内容如下:首先,对本研究的数值方法进行简要的介绍;其次,对波形壁面和运动壁面上的双马赫反射问题的计算结果进行分析和讨论;最后,对本研究进行总结和展望。

1 数值方法

本研究求解的控制方程是动网格下完全气体的守恒型二维积分型 Euler 方程,即

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\boldsymbol{Q}\mathrm{d}V + \oint_{\partial\Omega}\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S = 0 \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho E\end{bmatrix},\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix}\rho(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_g)\cdot\boldsymbol{n}\\ \rho u(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_g)\cdot\boldsymbol{n}+p\,n_x\\ \rho v(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_g)\cdot\boldsymbol{n}+p\,n_y\\ \rho E(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_g)\cdot\boldsymbol{n}+p\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n}\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中:ρ 为流体的密度;$\boldsymbol{u}$ 为两个方向的速度;$\boldsymbol{u}_g$ 为网格运动速度;$\boldsymbol{n}$ 为边界上的法向量;p 为压力。在完全气体假定下,气体满足下列状态方程

$$p = \rho RT \tag{3}$$

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} \tag{4}$$

式中:γ、R、e 和 T 分别为比热比、理想气体常数、内能和温度。E 为总能,定义为

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \tag{5}$$

本研究采用有限体积法求解控制方程(1)。对二维四边形结构型网格的控制体,半离散有限体积法的控制方程可以写为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{Q}\Omega)_{i,j} + \sum_{k=1}^{4}(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{nS})_k = 0 \tag{6}$$

式中,Ω 和 $\boldsymbol{S}$ 分别为控制体体积和面积矢量。

本研究的计算中,变形网格的形式随时间的变化是预设的,网格速度的计算参考 LAI 等[20]中的方法。根据空间守恒律

$$\frac{\Omega^{n+1}-\Omega^{n}}{\Delta t} = \sum_k\left[\theta\iint_k\boldsymbol{u}_g^{n+1}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{n+1} + (1-\theta)\iint_k\boldsymbol{u}_g^{n}\cdot\mathrm{d}S^{n}\right] \tag{7}$$

式中:Ω^{n+1} 和 Ω^{n} 分别为 n 时间步和 $n+1$ 时间步的网格体积;θ 为数值参数,本研究中采用 Crank-Nicholson 格式,$\theta = 0.5$。定义网格面上的平均速度 $\boldsymbol{u}_{g,f} = \iint_k\boldsymbol{u}_g^n\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}^n$,则上式可以写为

$$\frac{\Delta V_f}{\Delta t} = \theta\boldsymbol{u}_{g,f}^{n+1} + (1-\theta)\boldsymbol{u}_{g,f}^{n} \tag{8}$$

则网格速度由以下公式计算得到

$$\boldsymbol{u}_{g,f}^{n+1} = \frac{\Delta V_f}{\theta\Delta t} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\boldsymbol{u}_{g,f}^{n} \tag{9}$$

控制单元边界上的流动通量的重构采用经典的 Roe 格式,左右两侧物理量的插值方法采用 MUSCL 格式。时间推进采用 3 阶 TVD R-K 方法。计算程序的准确性已经在平壁面上的双马赫反射和阿克莱经典问题中经过检验,结果与理论解符合。

本研究中的计算模型为双马赫反射,计算域的设置如图 1 所示。计算域的流向(x)长度 $L_x = 2\pi$,法向(y)高度 $L_y = 1$ 。左右边界分别为入口、出口条件,上边界根据斜激波运动设置为激波前后状态。下壁面 $x < 1/6$ 区域内为自由流,其他区域为不可穿透条件。初始条件为从 $x = 1/6$ 起始的倾角为 60° 的斜激波,对应于马赫数 $M_s = 10$ 的正激波扫过倾斜角为 60° 的斜面,左右状态分别为

$$\rho_L = 8.0, u_L = 7.1447, v_L = -4.125, p_L = 116.5,$$
$$\rho_R = 1.4, u_R = 0.0, v_R = 0.0, p_R = 1.0$$

在该参数下,特征量分别为波前的压力、声速和计算域高度。该计算模型首先由 WOODWARD 等[21]提出,并在后人的研究中广泛作为数值方法的验证算例。

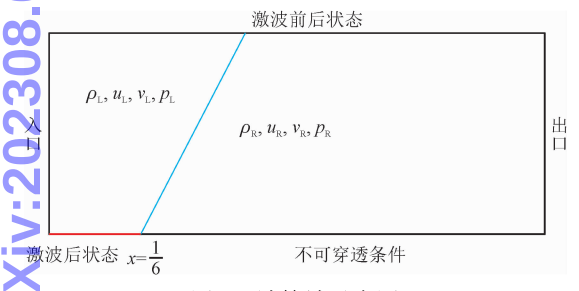


图 1　计算域示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the computing domain

计算中的网格在两个方向均为均匀分布。作为网格无关性的验证,选取了 3 组不同的网格密度,分别为 600 × 100 (粗网格)、1 200 × 200 (中等密度网格)和 1 800 × 300 (密网格)3 组算例。壁面压力的对比如图 2 所示。

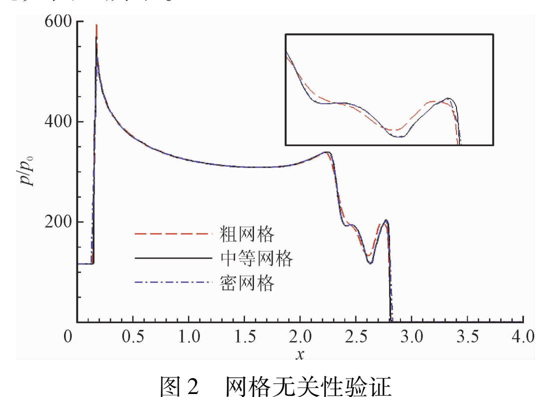


图 2　网格无关性验证

Fig. 2　Grid independence validation

结果表明,粗网格下的计算结果在梯度较大的位置不能准确分辨压力变化,而密网格下的结果与中等密度网格的结果一致。因此本研究中采用中等网格密度进行数值模拟。

2　结果讨论

2.1　平壁面上的双马赫反射

首先关注平壁面上的双马赫反射结果。前人对此已经有了充分的研究,本研究仅对该算例进行简单的描述,以便后文的进一步对比和讨论。图 3 中展示了 $t = 2$ 时刻的压力和密度云图,转换为相对坐标系下的局部马赫数和流线,以及流动结构的简单示意图。

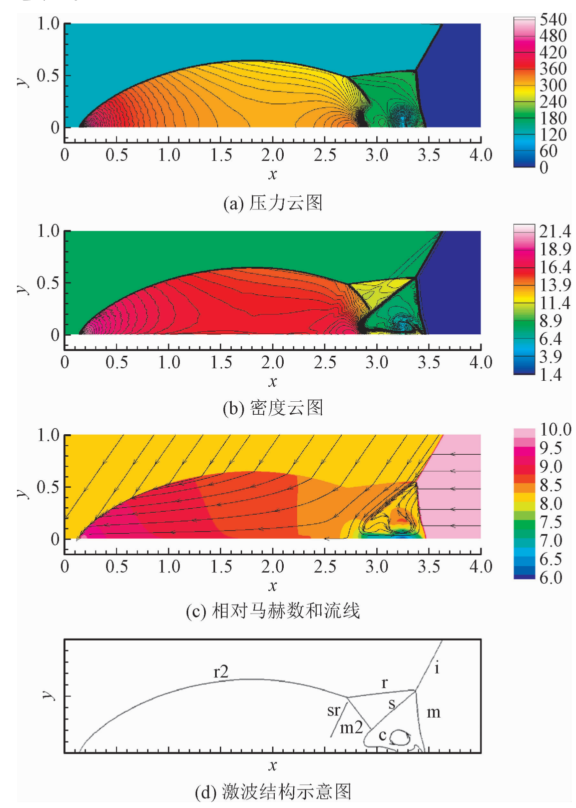


图 3　平壁面上的双马赫反射压力、密度分布和流场结构

Fig. 3　Wall pressure, density and flow structures in double Mach reflection over a flat plate

图中的流动结构与前人的研究结果类似。在主激波(图 3 (d)中的 i 线)扫过流场时,在其下方会形成反射激波(r 线)和马赫杆(m 线),三者交为一点。此外,对比压力、密度和流线图,可以看到在交汇点上还存在一条接触间断的滑移线(s 线)。在滑移线下方靠近壁面的区域存在一股射流,在 c 线处形成环流,使马赫杆 m 线发生弯曲。SHI 等[13]的研究表明,在考虑流体黏性时,马赫杆的弯曲程度不如理想

流体中明显。在非平衡流中,马赫杆的弯曲程度明显大于完全气体中的马赫杆弯曲。在激波扫过的后方还存在二次反射的激波(r2 线)和曲线的马赫杆(m2 线),以及较弱的滑移线(sr 线),三者同样交汇在一点。需要提及的是,本研究中的计算结果与 GLAZ 等[4]和 SHI 等[13]的实验和数值模拟结果有所不同,主要体现在 $x = x_0$ 附近的压力和密度变化。文献中使用的计算模型中,左侧为真实的弯曲壁面,而本研究中为自由来流,因此在文献[4]和[13]中 x_0 附近的密度和压力变化不明显,而本研究的结果变化较为剧烈。图 4(a)~(b)中进一步展示了不同时刻壁面压力和密度的变化,图 4(c)~(d)中用激波扫过的长度 x_s 对横坐标进行了无量纲化。

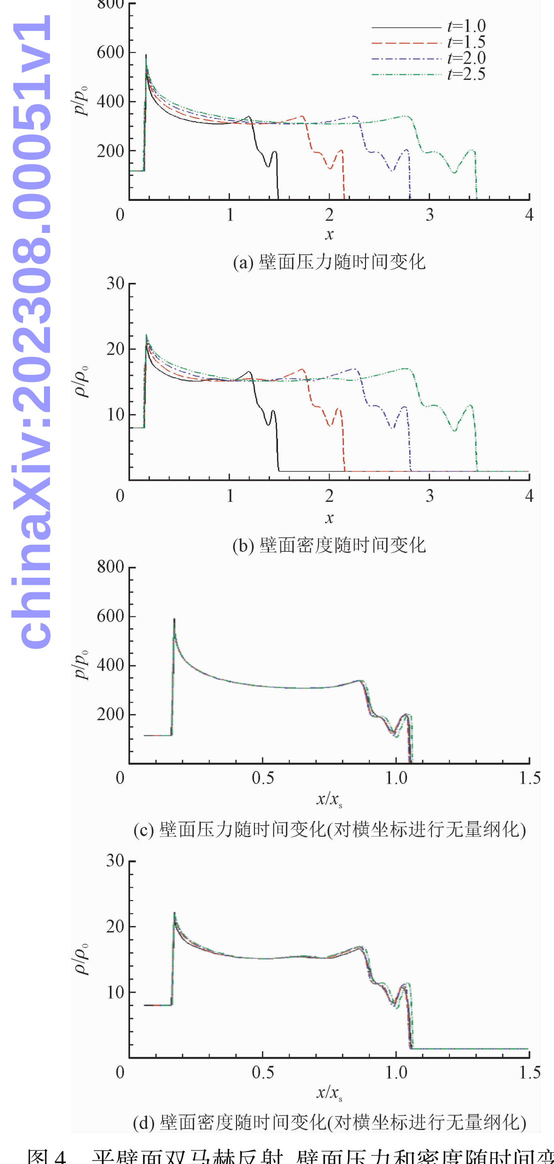


图 4 平壁面双马赫反射,壁面压力和密度随时间变化

Fig. 4 Double Mach reflection on the flat wall, wall pressure and density vary with time

计算结果表明,不同时刻的壁面压力和密度是自相似的,这与前人的理论、实验和计算结果也是一致的。

2.2 变形壁面上的双马赫反射

壁面粗糙度是实际工程问题中需要考虑的重要因素。作为真实粗糙壁面的简化模型,本研究中仅考虑正弦形式的波形壁面,变形高度为 0.1。由于变形是沿流向(x 方向)变化的,在下文中主要讨论流场随时间的演化。需要首先说明的是,在下文中对流场的描述是自右向左计数的,而对于壁面的描述是自左向右的。

在 $t = 1.0$ 时刻(图 5a),激波扫过的壁面的法向位置处于持续升高的阶段,壁面的变形对激波扫过的区域的影响尚不明显,主要表现为壁面的抬升对流动的压缩而产生的曲面激波。第一交汇点处的马赫杆、反射激波和接触间断的变化尚不明显。第二交汇点处的弱接触间断在强激波的影响下更不明显,而曲面激波、反射激波和二次反射的马赫杆交汇于一点。

在 $t = 1.5$ 时刻(图 5b),激波扫过的位置处于壁面下降的阶段。由于壁面处流体的加速运动,在 $x \approx 2$ 的壁面附近的射流使主马赫杆的弯曲更加明显,接触间断的强度明显减弱。凸起壁面引起的压缩激波的影响进一步抬升,使得原来的马赫杆发生变形,激波的交汇点增加为 3 个,第一交汇点与前文中的结果一致,第二和第三交汇点则变为曲面激波和反射激波、曲面激波和二次马赫杆的交点。值得注意的是,第二交汇点处会进一步产生反射激波。

在激波再次扫过壁面抬升区域的 $t = 2.0$ 时刻(图 5c),流场结构变得更为复杂。在主激波附近 $x \approx 2.8$ 附近的主马赫杆形状进一步发生变化。由于上升阶段流体的减速运动,壁面射流强度减弱,使得马赫杆从上至下形成“先内凹后外凸”的结构。在每个节点处均存在一个较弱的反射激波。

此外,由于凸起,在 $x = 2.3$ 附近同样会出现一个曲面激波,但是在此阶段尚不明显。在主交点处的接触间断比上一时刻更明显。第二交点处的反射激波进一步增长,第三交点处的激波与上一时刻比没有明显变化。

激波进一步扫过壁面下降阶段的 $t = 2.5$ 时刻的流场结构如图 5(d)所示。主激波下的马赫杆由于其左侧复杂射流的影响而发生卷曲,上一时刻的节点处的反射激波随着节点的消失而减弱。在上一时刻被增强的接触间断在这一时刻进一步增强。

第二个凸起壁面处进一步产生两个相交的曲面激波,与第二交点的反射激波相互作用形成复杂的流动结构。后方的第三交汇点附近的流场与上一时刻相比仍然没有明显的变化。

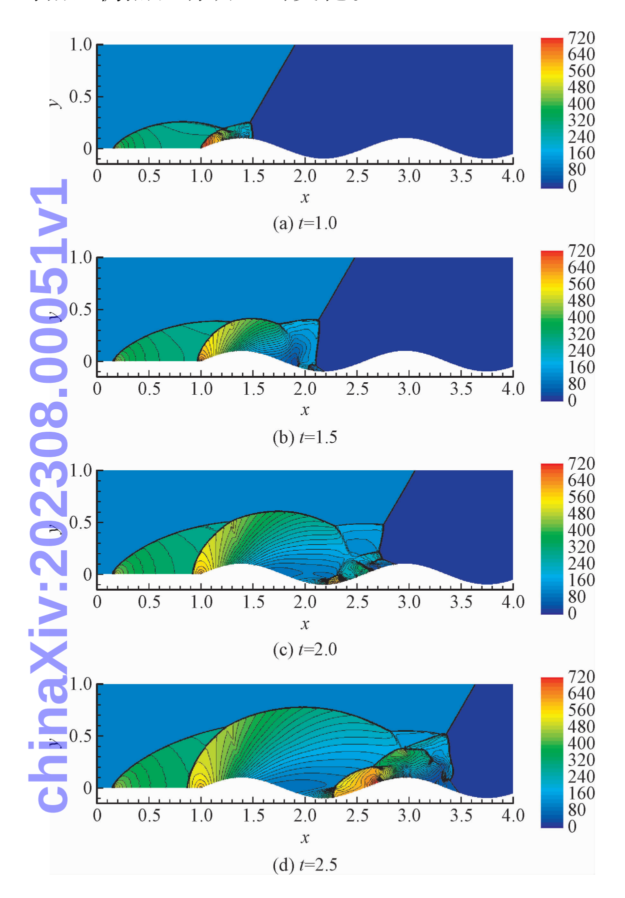


图 5　波形壁面上的双马赫反射压力云图

Fig. 5　Double Mach reflection on the corrugated wall, pressure cloud maps

图 6 中进一步展示了不同时刻的壁面压力和密度的变化。由于壁面变形的影响,结构的自相似性消失。

对比前文中平壁面上的双马赫反射,由于变形壁面引起的流动膨胀和压缩使得激波两侧的压力比和密度比明显增加。

由以上讨论可知,壁面的弯曲变形对马赫杆和激波后的流场存在显著影响。这与 KRASSOVSKAY 等[12]在曲面和缓变楔形面上的结果是类似的。

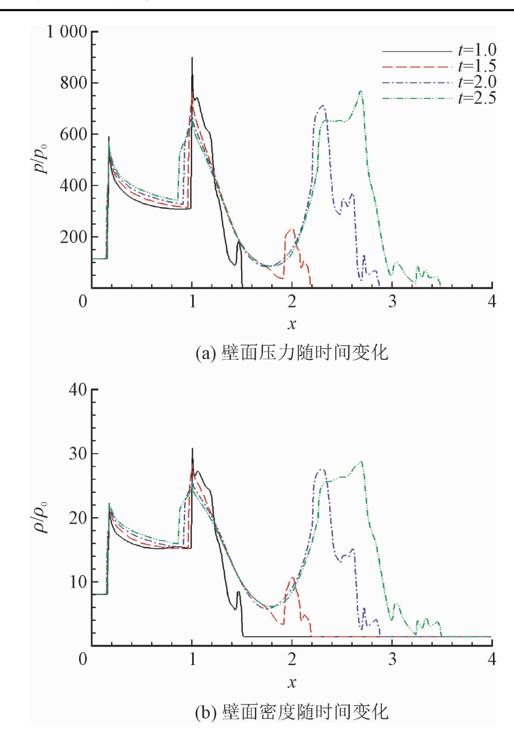


图 6　变形壁面上双马赫反射,壁面压力和密度随时间变化

Fig. 6　Double Mach reflection on the deformed wall, wall pressure and density vary with time

2.3　运动壁面上的双马赫反射

运动壁面是流动控制的重要手段,目前主要用于减阻和降噪等简单的流动控制问题。本小节通过对运动壁面双马赫反射的数值模拟,考察该种形式的控制是否可以降低壁面上激波前后的压差。壁面的运动随时间正弦变化,即

$$\eta_w = a \cdot \sin(x - x_0) \cdot \sin(\omega t) \tag{10}$$

如图 7 ~ 8 所示,为 $t = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 时刻的压力和密度分布。流场结构与上一节中激波扫过固定变形壁面的类似,在此不再一一赘述。值得注意的是,由于壁面的周期性运动,在流场中会出现向上传播的脱体激波,使得上游流场中激波的相互作用更为复杂,主要表现为接触间断变弱和曲面激波的相交和反射所形成的复杂激波系统。对比上一小节中的流场结构,可以发现,在每个周期运动的过程中都会出现一个新的曲面激波。直观地对比图 7 和图 8 中的压力云图,可以观察到,随着周期运动频率的增加,运动壁面产生的曲面脱体激波的数量增加,而强度减弱。

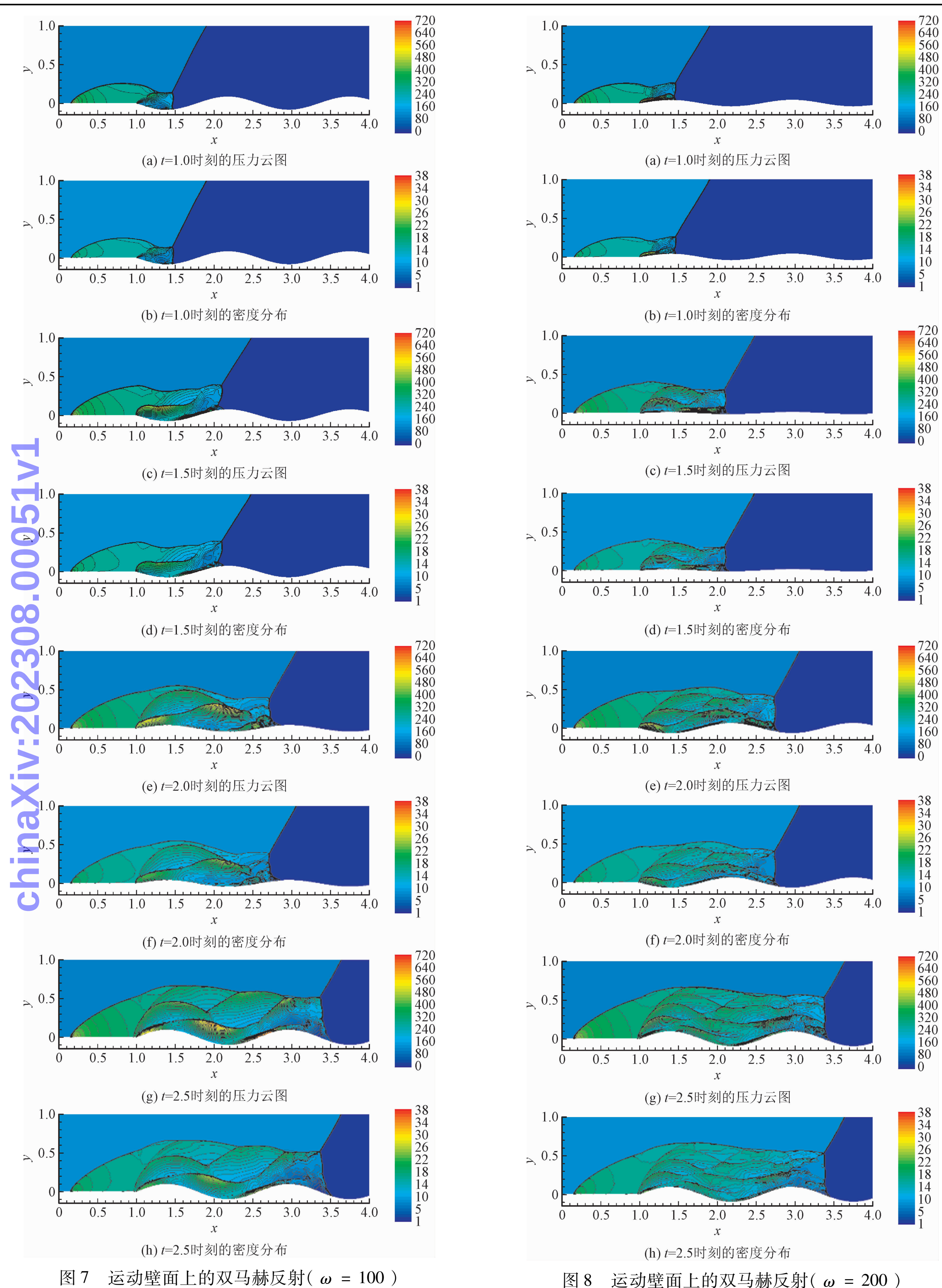


图 7 运动壁面上的双马赫反射(ω = 100)

Fig. 7 Double Mach reflection on the traveling-wave wall (ω = 100)

图 8 运动壁面上的双马赫反射(ω = 200)

Fig. 8 Double Mach reflection on the traveling-wave wall (ω = 200)

图 9 中进一步展示了 2 个算例中不同时刻壁面上的压力和密度分布。

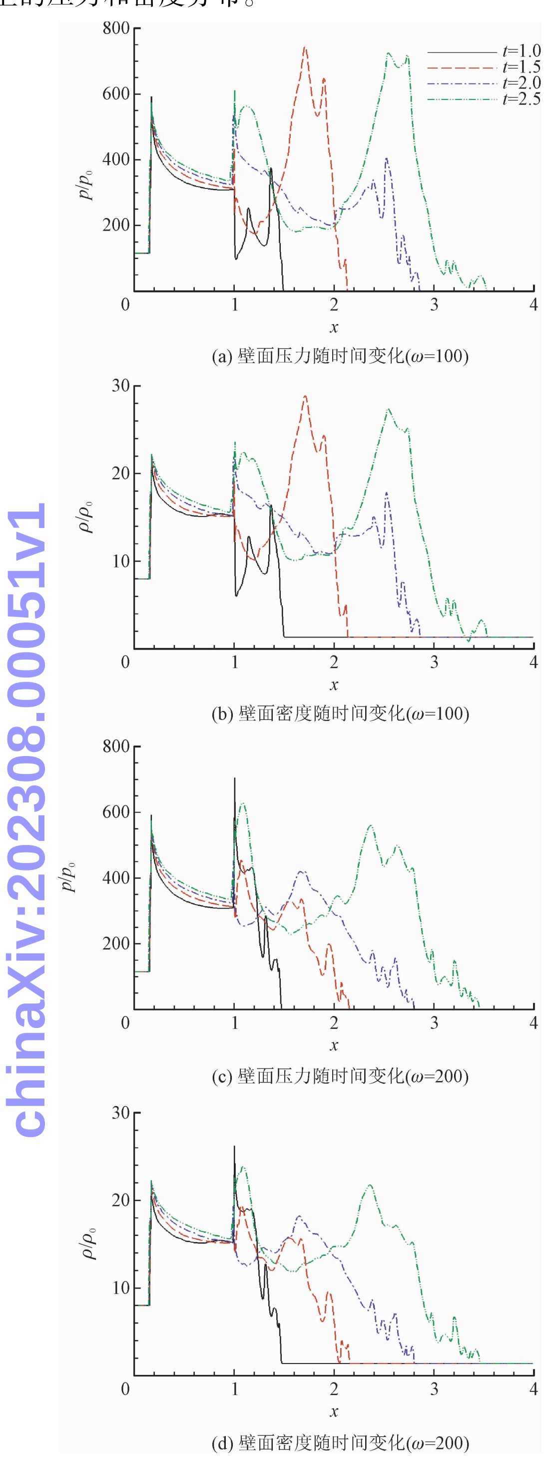


图 9　运动壁面上的双马赫反射,壁面压力和密度随时间变化

Fig. 9　Double Mach reflection on themoving wall, wall pressure and density vary with time

与图 6 中的固定变形壁面的压力相比,运动壁面上激波后压力和密度明显降低,意味着激波强度的减弱。对比这两组算例,我们也可以发现,除 $x=1$ 位置(即变形部分开始的位置)外,其余部分的压力和密度的幅值均有明显的降低。对于 $\omega=200$ 的算例,流场的自相似性也更为明显。虽然目前本研究没有进行进一步的验证,但是可以推断在壁面运动频率足够高时,可以再次得到自相似的流场结构。

3　总结和展望

本研究采用数值模拟的方法,讨论了变形和运动壁面上双马赫反射的激波结构及其对压力和密度变化的影响。主要结论如下。

1)由于变形壁面对气流的压缩效应,在凸起的位置会形成曲面激波。气流在壁面附近的加速和减速使得马赫杆发生明显的变形和卷曲。曲面激波与加速和减速的气流相结合会使第一交点的接触间断更为明显。

2)运动壁面对流场的影响与变形壁面类似,由于壁面的周期性运动,在流场中会出现向上传播的脱体激波,使得上游流场中的激波相互作用更为复杂,主要表现为接触间断变弱和曲面激波的相交和反射所形成的复杂激波系统。

3)与平壁面相比,变形壁面上激波后的压力和密度明显升高,运动壁面上的激波后压力和密度比变形壁面低。随着频率的增加,激波后的压力和密度逐渐趋近于平壁面的结果。

需要说明的是,本研究中的结果并没有进一步讨论壁面变形高度、坡度对流场的影响,以及激波倾角、马赫数、黏性等方面对计算结果的影响。这些问题将在以后的研究中进一步讨论。

参考文献:

[1]　HORNUNG H. Regular and Mach reflection of shock waves[J]. Annual review of fluid mechanics,1986,18(1):33-58.

[2]　杨旸,姜宗林,胡宗民. 激波反射现象的研究进展[J]. 力学进展,2012,42(2):141-161.

YANG Yang, JIANG Zonglin, HU Zongmin. Advances in shock wave reflection phenomena[J]. Advances in mechanics,2012,42(2):141-161(in Chinese).

[3]　BEN-DOR G. Shock wave reflection phenomena[M]. Berlin, Heidelberg:Springer Berlin Heidelberg,2007.

[4]　GVOZDEVA L G,PREDVODITELEVA O A,FOKEEV V P. Double Mach reflection of strong shock waves[J]. Fluid dynamics,1968,3(1):6-11.

[5]　BEN-DOR G. Analytical solution of double-Mach reflection[J].

AIAA journal,1980,18(9):1036-1043.

[6] BEN-DOR G. Relation between first and second triple-point trajectory angles in double Mach reflection[J]. AIAA journal,1981,19(4):531-533.

[7] GLAZ H M,COLELLA P,GLASS I I,et al. A detailed numerical, graphical,and experimental study of oblique shock wave reflections [EB/OL].(1985-04-01)[2021-02-21]. https://www.osti.gov/biblio/889235.

[8] LI H,BEN-DOR G. Analysis of double-Mach-reflection wave configurations with convexly curved Mach stems[J]. Shock waves, 1999,9(5):319-326.

[9] SCHMISSEUR J D, GAITONDE D V. Numerical simulation of Mach reflection in steady flows[J]. Shock waves,2011,21(6): 499-509.

[10] 杨旸,滕宏辉,王春,等.非定常激波三维双楔面反射的数值研究[J].力学学报,2012,44(2):205-212.
YANG Yang,TENG Honghui,WANG Chun,et al. Numerical investigation on unsteady shock wave reflections over three dimensional intersecting wedges[J]. Chinese journal of theoretical and applied mechanics,2012,44(2):205-212(in Chinese).

[11] BAI C Y,WU Z N. Size and shape of shock waves and slipline for Mach reflection in steady flow[J]. Journal of fluid mechanics, 2017,818:116-140.

[12] KRASSOVSKAYA I V,BEREZKINA M K. Mechanism of formation of reflection configurations over concave surfaces[J]. Shock waves, 2017,27(3):431-439.

[13] SHI X F,ZHU Y J,LUO X S,et al. Numerical study on distorted mach reflection of strong moving shock involving laminar transport [C]//21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2017: AIAA 2017-2314.

[14] SHI X F,ZHU Y J,YANG J M,et al. Mach stem deformation in pseudo-steady shock wave reflections[J]. Journal of fluid mechanics,2019,861:407-421.

[15] 王国蕾,陆夕云.激波和湍流相互作用的数值模拟[J].力学进展,2012,42(3):274-281.
WANG Guolei,LU Xiyun. Numerical simulation of shock wave/turbulence interactions[J]. Advances in mechanics,2012,42(3): 274-281(in Chinese).

[16] SHEN L,ZHANG X,YUE D K P,et al. Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion[J]. Journal of fluid mechanics,2003,484:197-221.

[17] 吴子牛,王兵,周睿,等.空气动力学-上册[M].北京:清华大学出版社,2007.

[18] SUN Z S,REN Y X,ZHANG S Y,et al. High-resolution finite difference schemes using curvilinear coordinate grids for DNS of compressible turbulent flow over wavy walls[J]. Computers & fluids,2011,45(1):84-91.

[19] TYSON C J,SANDHAM N D. Numerical simulation of fully-developed compressible flows over wavy surfaces[J]. International journal of heat and fluid flow,2013,41:2-15.

[20] LAI Y G,PRZEKWAS A J. A finite-volume method for fluid flow simulations with moving boundaries[J]. International journal of computational fluid dynamics,1994,2(1):19-40.

[21] WOODWARD P,COLELLA P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks[J]. Journal of computational physics,1984,54(1):115-173.

（编辑　李坤璐）